

Algoritmo para Verificação da Solução de Quebra-cabeças Geométricos

Manoel Siqueira Junior
Clayton Reis da Silva

Rafael Alves
Anselmo Montenegro

Wagner dos Santos
Erick Passos

Carol Carvalho
Esteban Clua

UFF MediaLab

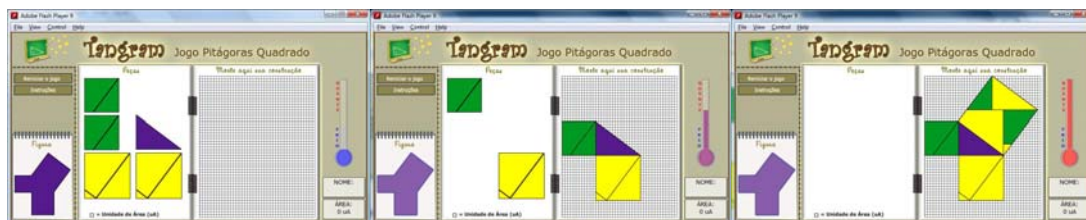


Figura 1: Jogo de Tangram demonstrando, por meio de um termômetro, quão perto da solução o jogador está

Resumo

Nesse trabalho, apresentamos um algoritmo que resolve o problema de verificação da solução de um quebra-cabeças geométrico. São classificadas dezesseis possíveis relações entre as arestas de cada polígono de forma a eliminar aquelas que não façam parte do contorno. Esse método permite a verificação de semelhança entre uma figura modelo e uma dada montagem sem a necessidade de meta-informações sobre a solução.

Abstract

In this paper, we present an algorithm to solve the problem of correctly verifying the solution of geometric puzzles. Sixteen possible relations between the original polygon edges are classified to eliminate those that are not part of the final figure. This method provides for the verification that an arranged set of polygons forms the same image as the desired solution without the need of extra meta-data but the vertexes themselves.

Palavras-chave: quebra-cabeças geométrico, contorno de polígono, tangram

Contato dos autores:

manoeljr88@gmail.com
rafamachadoalves@yahoo.com.br
rengaw.lui@gmail.com
carol@carolcruz.net
{creis,anselmo,epassos,esteban}@ic.uff.br

1. Introdução

O algoritmo que será discutido nesse trabalho é uma solução alternativa para o problema da identificação se uma determinada montagem de peças de um quebra-cabeças representa a figura desejada. Tomou-se como base para a elaboração dessa solução o algoritmo do

apresentado por Scarlatos [SCARLATOS 1999], que deixa margem a trabalhos futuros, pois não é adequada para quebra-cabeças que possuem mais de uma montagem possível.

O algoritmo proposto usa uma abordagem diferente, de forma que seja possível se verificar arranjos distintos de peças que levem à mesma figura, considerando apenas o contorno que é formado pelas peças unidas, não o modo como elas estão dispostas dentro desse contorno, além de analisar se a montagem final não possui furos.

É importante ressaltar que cada peça do quebra-cabeça é representada por um polígono, assim como a figura modelo. O restante do trabalho é organizado da seguinte forma: a seção 2 apresenta alguns trabalhos relacionados à implementação e métodos de verificação de relações entre arestas em figuras poligonais. A seção 3 descreve os tipos de quebra-cabeças que são tratados pelo método proposto, enquanto a seção 4 faz uma análise dos problemas a serem tratados. A seção 5 explica o algoritmo desenvolvido. Finalmente, a conclusão é apresentada na seção 6. No final do artigo, estão incluídas tabelas úteis, referenciadas ao longo do texto, cujos tamanhos tornaram inviável sua disposição ao longo do mesmo.

2. Trabalhos Relacionados

Nessa seção, buscamos comparar a nossa técnica com outras implementações de quebra-cabeças matemáticos pesquisadas, especificamente em relação ao reconhecimento da solução, além de trabalhos sobre métodos genéricos de reconhecimento de figuras através da classificação de relações entre arestas.

Como exemplo de um quebra-cabeça geométrico, tem-se o Tangram ZTOR [ZTOR 2005], que faz o reconhecimento da solução de forma bastante simplificada, não permitindo a montagem em rotações alternativas. Além disso, o mesmo não faz o

reconhecimento parcial da solução, o que possibilita o usuário saber, em escala de zero a cem por cento, o quão perto ele está de encontrar a solução final do desafio. Nossa solução permite tanto a rotação arbitrária quanto indica a solução parcial.

Em [FLASHKIT 1999], pode-se encontrar um ótimo repositório de códigos fonte, tutoriais e outros materiais para desenvolvimento de jogos em Flash, incluindo muitos exemplos de Tangrams ([LANKIN 2001], [JACOB 2002], [MARTINS 2002] e [Texas 2000]). Entretanto, nenhum desses exemplos apresenta algoritmos para verificação de solução, servindo apenas como referência para implementação da mecânica básica.

Em [SCARLATOS 1999] é demonstrado um método para se reconhecer uma figura formada por diversos polígonos justapostos através das relações exatas formadas por suas arestas. Essa solução, entretanto, só reconhece cada possível solução individualmente. Uma figura que possa ser formada por mais de uma combinação de peças possui múltiplas representações, o que torna inviável sua utilização para Tangrams, que podem ter milhares de possíveis soluções até para instâncias simples. Mesmo não sendo satisfatório, o referido trabalho serviu como base para o método desenvolvido e mais detalhes serão apresentados na seção 4.

Uma situação na qual arranjos diferentes de polígonos formam a mesma figura é ilustrada na figura 1. Nesse exemplo, a sub-figura quadrada formada pela união dos polígonos 2 e 3 pode ser encaixada com a figura 2 em qualquer rotação. Enquanto o método referenciado [SCARLATOS 1999] gera duas representações diferentes, o mecanismo que está sendo proposto nesse artigo reconhece ambas como figuras iguais, sendo então mais apropriado para o problema da verificação de soluções de quebra-cabeças geométricos.

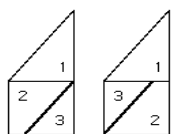


Figura 2: Figura montada de duas maneiras diferentes usando os mesmos polígonos

Até o presente momento, não foi encontrado nenhum trabalho que apresente um método genérico para o reconhecimento de solução de quebra-cabeças geométricos a partir da comparação com uma figura-exemplo. No restante do artigo, serão mais bem explicados os quebra-cabeças geométricos e o método desenvolvido.

3. Quebra-cabeças geométricos

Os quebra-cabeças geométricos são aqueles constituídos de peças representadas por polígonos, que se encaixam de tal forma que o contorno resultante, ou seja, a borda do conjunto de peças encaixadas, forme a

figura solução. Diferentemente dos quebra-cabeças tradicionais, que se baseiam no desenho estampado em cima de cada peça, as quais se encaixam entre si para formar determinada imagem, apenas esse contorno é importante na verificação de que foi atingida a solução.

4. Considerações sobre o problema

Para que o arranjo das peças no decorrer do jogo seja verificado, relações entre as arestas dos distintos polígonos, propostas em outro trabalho de pesquisa [SCARLATOS 1999], são consideradas para auxiliar na identificação dos contornos da figura atual montada pelo jogador. Além das relações básicas entre arestas, ajustes são realizados para que o resultado final dessa montagem seja comparado de maneira adequada com a figura solução.

Tanto a representação da solução quanto a montagem feita pelo jogador são feitas por listas circulares de arestas. É importante salientar que os polígonos formados durante o jogo podem conter furos e isso não interfere na análise da solução proposta pelo jogador.

5. Heurística de verificação

Essa heurística de verificação da solução de um quebra-cabeça geométrico utiliza das relações descritas em [SCARLATOS 1999], porém as trata de uma maneira diferente, de forma que sobrem apenas arestas de contorno. Depois são feitos ajustes para que a figura seja representada de uma única maneira.

5.1 Relações

As relações consideradas sempre são verificadas entre arestas de polígonos distintos. Supondo que uma aresta seja formada pelos pontos a_1 e a_2 e a outra, por b_1 e b_2 , o que caracteriza cada relação é o fato de cada um desses pontos pertencer ou não à outra aresta analisada. Se o ponto pertencer à outra aresta, será atribuído valor 1 a ele e, caso contrário, 0. Concatenando os valores de a_1 , a_2 , b_1 e b_2 , nessa ordem, teremos a representação da relação entre duas arestas expressa em forma binária, bastando apenas, caso seja conveniente, convertê-la para decimal.

Existem relações que dividem uma aresta em duas, as que são nulas e as que eliminam total ou parcialmente arestas. Essas relações serão descritas a seguir.

5.1.1 Relação de divisão

Esse tipo de relação ocorre quando apenas um dos vértices é tangente à aresta analisada ou, quando os dois vértices extremos de uma mesma aresta estão contidos em outra, não tocando nos pontos extremos dessa.

Tomando como base os pontos a_1 , a_2 , b_1 e b_2 , segue, na tabela 1, uma descrição de cada relação contida nesse

grupo.

5.1.2 Relação nula

Esse tipo de relação ocorre quando nenhum vértice da extremidade das arestas sendo verificadas toca na outra, ou quando a interseção entre essas duas arestas resulta apenas em um vértice em comum.

Analogamente à subseção anterior, segue, na tabela 2, uma descrição de cada relação contida nesse grupo.

5.1.3 Relação de eliminação

Esse tipo de relação ocorre quando os dois vértices da extremidade de uma das arestas tocam na outra aresta analisada. Também ocorre esse tipo de relação quando um dos vértices da extremidade de cada aresta toca na outra, mas esses pontos não possuem a mesma coordenada no plano cartesiano.

Analogamente às subseções anteriores, segue, na tabela 3, uma descrição de cada relação contida nesse grupo.

5.2 Ajuste do resultado gerado pelas relações

Após as relações serem aplicadas, arestas de contorno são encontradas, porém falta ajustá-las de forma que uma ou mais figuras finais sejam identificadas. Esse ajuste é feito selecionando uma aresta qualquer para ficar na posição inicial da lista circular utilizada para armazenar o polígono final formado e, após essa disposição inicial, basta-se posicionar as demais arestas na posição correta dessa estrutura de dados, a partir das relações verificadas, para que se tenha a representação da figura final. Neste momento também são unificadas arestas adjacentes que formem ângulo de 180° entre si. Essas operações são feitas até que todos os contornos sejam identificados.

Por meio desse método, os contornos são definidos, podendo ser de polígonos de furo, caso sejam desenhados no sentido inverso do predefinido pelas peças, ou, com área interna, caso sejam desenhados no outro sentido, como é observado na figura 5.

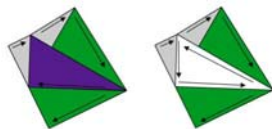


Figura 5: Diferenças entre um polígono sem e com furo

Para verificar se um polígono com área interna representa a solução, faz-se uma lista circular que armazena estruturas que possuem duas informações: o comprimento de uma aresta presente na lista circular que representa o polígono solução do jogador e o ângulo entre essa aresta e a próxima desta lista. Essas estruturas devem seguir a ordem da lista circular que representa a solução submetida pelo jogador. Esse mesmo tipo de lista circular é feito para a figura modelo (solução) do jogo.

Após estarem prontas essas listas com as estruturas descritas no parágrafo anterior, basta comparar a da solução do jogo com a do jogador. Se algum dos polígonos com área interna encontrados formarem a figura solução, o próximo passo será verificar a existência de algum polígono de furo dentro do mesmo.

Caso não exista furo na figura com área interna que possui contorno igual à solução, chega-se à conclusão de que o jogador montou a solução correta.

5.3 Percentual de acerto

Para o cálculo do percentual de acerto, obtém-se o mínimo entre a porcentagem do contorno dos polígonos montados pelo jogador que mais se aproxima da figura solução e a da área preenchida desse contorno. Essa medição de progresso possui mais uma motivação de usabilidade do que de precisão, uma vez que permite a percepção de progresso por parte do jogador.

6. Conclusão e trabalhos futuros

Neste artigo, apresentou-se uma nova abordagem sobre as relações entre arestas de polígonos adjacentes, de forma a se obter uma gama maior de casos em que a verificação das soluções para o problema da construção de quebra-cabeça seja feita de maneira correta. Essa proposta soluciona falhas de outras anteriores, que não levam em consideração apenas a forma final da solução montada pelo jogador, e sim toda a disposição de peças montadas.

Futuramente, vários incrementos deverão ser adicionados a esse algoritmo, como:

- Levar em consideração peças e soluções com fronteiras curvas;
- Abranger peças e soluções com furo;
- Adaptação do algoritmo para problema semelhante em três dimensões.

Agradecimentos

Esse projeto é financiado pelos Ministérios da Educação e da Ciência e Tecnologia através da chamada pública de desenvolvimento de conteúdo digital para o ensino médio.

Referências

- LANKIN, A., 2001. *Implementação de Tangram*. Disponível em: <http://www.flashkit.com/movies/Games/Full_Game_Soource/Tangram-Andrew_L-5966/index.php>. Acesso em: 03/08/2008.
- JACOB, E., 2002. *Implementação de Tangram*. Disponível em:

<http://www.flashkit.com/movies/Games/Full_Game_Source/Tangram-Eduardo_-8137/index.php>.
Acesso em: 03/08/2008.

FLASHKIT, 1999. Seção: *Movies*; Subseção: *Games*.
Disponível em: <<http://www.flashkit.com>>.
Acesso em: 03/08/2008.

MARTINS, I. F., 2002. *Implementação de Tangram*.
Disponível em:
<http://www.flashkit.com/movies/Games/Tangram-Ilclio_-6471/index.php>.
Acesso em: 03/08/2008.

JASP, T., 2000. *Implementação de Tangram*.
Disponível em:
<http://www.flashkit.com/movies/Games/Full_Game_Source/Tangram-Texas_Ja-2061/index.php>.
Acesso em: 03/08/2008.

ZTOR, 2005. *Implementação de Tangram*.
Disponível em:
<<http://www.ztor.com/index.php4?ln=&g=game&d=tang>>.
Acesso em: 03/08/2008.

SCARLATOS, L. L., 1999. *Puzzle piece topology: detecting arrangements in smart objects interfaces*.

Relação	a ₁	a ₂	b ₁	b ₂	Descrição
1	0	0	0	1	Aresta formada pelos pontos a ₁ e a ₂ é subdividida pelo ponto b ₂
2	0	0	1	0	Aresta formada pelos pontos a ₁ e a ₂ é subdividida pelo ponto b ₁
3	0	0	1	1	Subdivide a aresta formada pelos pontos a ₁ e a ₂ em duas: uma cujos pontos extremos são a ₁ e b ₂ e outra, b ₁ e a ₂ , nessa ordem, pois assim o sentido das arestas é preservado
4	0	1	0	0	Aresta formada pelos pontos b ₁ e b ₂ é subdividida pelo ponto a ₂
8	1	0	0	0	Aresta formada pelos pontos b ₁ e b ₂ é subdividida pelo ponto a ₁
12	1	1	0	0	Subdivide a aresta formada pelos pontos b ₁ e b ₂ em duas: uma cujos pontos extremos são b ₁ e a ₂ e outra, a ₁ e b ₂ , nessa ordem, pois assim o sentido das arestas é preservado

Tabela 1: Descrição de relações de divisão de arestas

Relação	a ₁	a ₂	b ₁	b ₂	Descrição
0	0	0	0	0	Como se trata de arestas disjuntas, nada faz
5	0	1	0	1	Como apenas os pontos a ₂ e b ₂ se tocam, não havendo necessidade de alterar as duas arestas, nada faz
6	0	1	1	0	Como apenas os pontos a ₂ e b ₁ se tocam, não havendo necessidade de alterar as duas arestas, nada faz
9	1	0	0	1	Como apenas os pontos a ₁ e b ₂ se tocam, não havendo necessidade de alterar as duas arestas, nada faz
10	1	0	1	0	Como apenas os pontos a ₁ e b ₁ se tocam, não havendo necessidade de alterar as duas arestas, nada faz

Tabela 2: Descrição de relações nulas

Relação	a ₁	a ₂	b ₁	b ₂	Descrição
3	0	0	1	1	Elimina a aresta formada pelos pontos b ₁ e b ₂
5	0	1	0	1	Se a ₂ e b ₂ possuem coordenadas diferentes, elimina as partes que se tocam das duas arestas relacionadas
7	0	1	1	1	Elimina a aresta formada pelos pontos b ₁ e b ₂ e a parte da outra aresta que toca naquela
10	1	0	1	0	Se a ₁ e b ₁ possuem coordenadas diferentes, elimina-se as partes que se tocam das duas arestas relacionadas
11	1	0	1	1	Elimina a aresta formada pelos pontos b ₁ e b ₂ e a parte da outra aresta que toca naquela
12	1	1	0	0	Elimina a aresta formada pelos pontos a ₁ e a ₂
13	1	1	0	1	Elimina a aresta formada pelos pontos a ₁ e a ₂ e a parte da outra aresta que toca naquela
14	1	1	1	0	Elimina a aresta formada pelos pontos a ₁ e a ₂ e a parte da outra aresta que toca naquela
15	1	1	1	1	Elimina as duas arestas

Tabela 3: Descrição de relações de eliminação de arestas. Note que há relações que, dependendo da disposição dos vértices, pertencem a mais de um tipo de relação.