

Proposta de uma heurística para o jogo de dominó de 4 pontas

Nirvana da S. Antônio* Cicero F.F. Costa Filho Marly G. F. Costa

Universidade Federal do Amazonas, Centro de Tecnologia Eletrônica e da Informação, Brasil

Abstract

This paper presents a new methodology for the choice of the best move in the four extremity domino game. The proposed methodology can be divided in two parts. First of all is defined the game state. This definition comprises the use of seven vectors. These vectors map some aspects of the game such as the number of pieces played, the number of pieces in hand, etc. Second is proposed a heuristic evaluation function to the choice of the best move, comprised of two terms. The first term takes into account the number of points marked in a move. The second one incorporates the game strategy. In the results section are shown some simulation results to games of four persons, grouped in two groups. The group that used the heuristic function proposed in this paper wins the game in 66% of the simulations. Future works are proposed that makes use of a new heuristic function associated with genetic algorithm as an optimization tool.

Keywords: domino game, heuristic function, game state.

Authors' contact:

{ccosta,mcosta}@ufam.edu.br
* nirvana.sa@gmail.com

1. Introdução

O dominó é composto de 28 peças (pedras) chatas, retangulares. As 28 pedras têm duas metades, cada uma dessas metades contém uma numeração que varia de zero (vazio) a seis pontos, formando várias combinações. Na forma clássica do jogo, são sete números (de zero a seis), combinados entre si. Matematicamente: $C(7,2) + 7 = C(8,2) = 28$. O dominó pode ser jogado em duplas adversárias onde cada jogador recebe 7 peças ou alternativamente pode ser jogado por apenas 2 jogadores com 7 pedras cada um e 14 pedras para comprar no caso do oponente não ter a pedra da vez. Existem várias formas de se jogar dominó, a mais comum é o dominó de 2 pontas. No estado do Amazonas joga-se outro tipo pouco difundido, o dominó de 4 pontas, objeto desse trabalho.

No dominó de 2 pontas, o objetivo do jogo é tão somente conseguir colocar a última peça no tabuleiro do jogo. Durante a partida, são adotadas algumas estratégias para o jogador “bater”, isto é, ser o primeiro a desfazer-se de todas as suas pedras. As jogadas visam encaixar alguma peça nas peças que estão nas pontas do jogo, uma por vez e minimizar a possibilidade do

adversário encaixar uma pedra em uma das pontas e passe. Caso algum jogador tenha batido o jogo, sua dupla leva todos os pontos das peças que estão nas mãos dos adversários. A partida pode terminar em duas circunstâncias: quando um jogador consegue bater o jogo, ou quando o jogo fica trancado. Caso o jogo fique trancado, contam-se todos os pontos conseguidos por cada dupla. A dupla que possuir menos pontos é a vencedora, e leva todos os pontos da dupla adversária.

No dominó de 4 pontas, a disputa ocorre, em geral, entre duplas. Cada jogador deve ter 7 pedras em mãos no início de uma rodada. Na primeira rodada da competição, a primeira pedra a ser jogada deverá ser a de numeração 6-6, chamada de “carroça de sena” por ter suas duas metades iguais a seis. Os jogadores têm a possibilidade de abrir até quatro pontas de jogo a partir da carroça 6-6. Na figura 1 mostra-se um jogo onde já foram abertas 3 pontas. O objetivo principal dessa versão do jogo é alcançar uma pontuação igual ou superior a 200 pontos, que pode ser alcançada em uma ou mais rodadas. Em cada jogada existe a possibilidade de se pontuar 5, 10, 15,..., 50 pontos. Pode-se marcar pontos (um múltiplo de 5) em cinco situações distintas:

P₁) A soma dos pontos das pontas da mesa é múltiplo de 5, sendo a pontuação igual a essa soma. Na figura 1 mostra-se um exemplo de jogada que rende 15 pontos equivalente a soma dos pontos das pontas abertas (2+5+8). Na figura 2 mostra-se um exemplo de jogada onde não se pontua, pois a soma dos pontos nas pontas abertas é 14 (1+5+8).

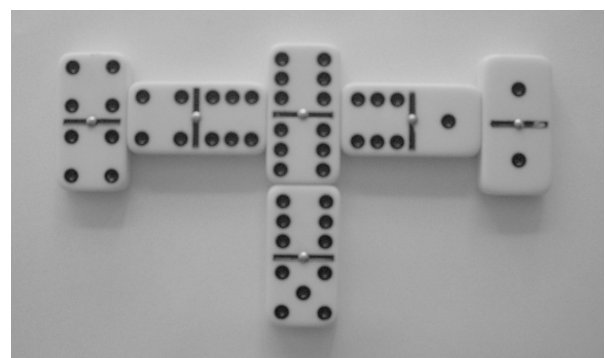


Figure 1: Exemplo de jogada do dominó de 4 pontas onde pontua-se 15 pontos.

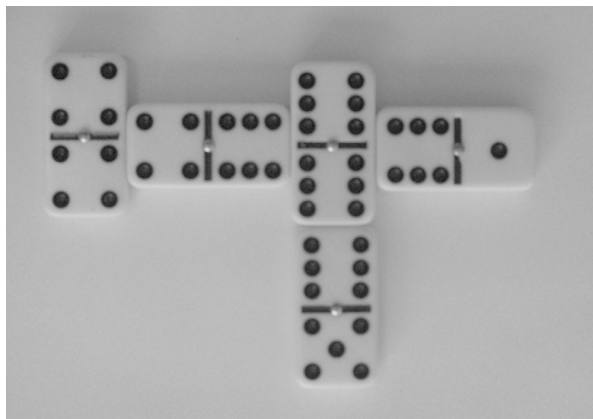


Figure 2: Exemplo de jogada do domino de 4 pontas onde não se pontua, pois a soma dos pontos nas pontas abertas é igual a 14.

P₂) O jogador adversário “passa” em sua vez de jogar, ou seja, não possui pedra que se encaixe em nenhuma das 4 pontas. O impedimento de jogada do adversário rende a dupla que provocou o passe 20 pontos.

P₃) O jogador provoca o passe de todos os demais jogadores (inclusive o parceiro) e a vez volta para o jogador ele. Esse passe geral, chamado de “galo”, equivale a uma pontuação de 50 pontos.

P₄) Quando um jogador “bate” (consegue encaixar todas as pedras que dispunha). Nesse caso, somam-se todos os pontos das peças que estão nas mãos dos adversários. Essa soma é denominada de “garagem”. A pontuação da jogada corresponde ao maior múltiplo de 5 menor ou igual a essa soma. Na figura 3 mostra-se um exemplo em que a soma dos pontos dos adversários é igual a 12, sendo a pontuação da jogada igual a 10 pontos;

P₅) A última peça descartada pelo jogador que bateu é uma “carroça”, ou seja, uma pedra que tem os dois lados com numerações iguais, sendo a pontuação da jogada igual a 20 pontos.

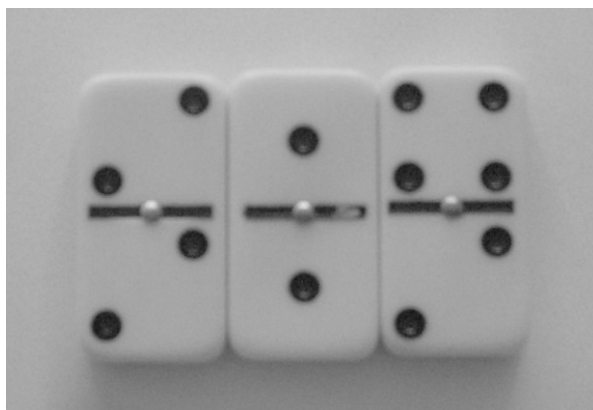


Figure 3: Exemplo de “garagem” onde a soma de pontos da dupla adversária é igual a 12. A pontuação da jogada é igual a 10 pontos.

Nas rodadas seguintes a primeira, o jogador que “bateu” na rodada anterior deverá iniciar com a carroça de sua escolha.

No dominó de quatro pontas, devido ao fato do objetivo e das regras serem mais elaboradas, as estratégias de jogo são mais complexas que às utilizadas no dominó de duas pontas.

As estratégias utilizadas durante o jogo do dominó de 4 pontas, além do objetivo de pontuar, almejam também facilitar as ações futuras de quem joga (ou de seu parceiro) e dificultar a ação dos jogadores da dupla adversária. Quando no início de uma rodada, um jogador tem em mãos quatro ou mais peças que apresentem a mesma numeração em um das metades (vide exemplo na figura 4), a estratégia recomendada é fazer com que essa numeração esteja presente no maior número possível de pontas, com o intuito tanto de fazer seus adversários “passarem” como de facilitar suas jogadas futuras. Para o conjunto de pedras mostrado na figura 4 é interessante buscar uma configuração de jogo onde exista um maior número de pontas com a numeração 5.

O jogo de domino de 4 pontas caracteriza-se por ser um problema multiagente [Sycara 1998]. Trata-se de um jogo de vários jogadores, de soma não zero, de informações imperfeitas. Na sua modalidade mais jogada, duas duplas, caracteriza-se como sendo de dois jogadores, pois só existem duas pontuações. Por ser um jogo com informações imperfeitas, um algoritmo de busca para selecionar a melhor jogada explora um espaço de estados de crença (crenças sobre quem tem determinadas peças e com que probabilidade) [Russel e Norvig 2004]. Tais algoritmos utilizam raciocínios probabilísticos complexos.

Nesse trabalho propõe-se a pesquisa de um heurística que possibilite o desenvolvimento de um agente inteligente para o jogo do dominó de 4 pontas. Procurou-se uma alternativa mais simples para a escolha da melhor jogada, baseada na utilização de uma função de avaliação que combina nos seus termos informações sobre o estado presente do jogo. Tal função incorpora informações estratégicas que visam facilitar as ações futuras da dupla do jogador que joga e dificultar as ações futuras da dupla adversária.

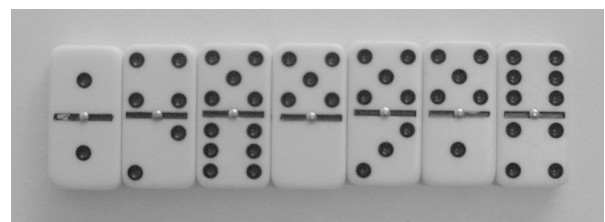


Figure 4: Exemplo de um conjunto de 7 peças iniciais com 4 peças contendo a numeração 5.

Na seção trabalhos relacionados analisa-se alguns trabalhos relacionados com a aplicação de funções de avaliação a jogos. Na seção metodologia propõe-se um conceito de estado para o jogo de dominó de 4 pontas e propõe-se uma função heurística para o mesmo em função do estado proposto. Na seção de resultados mostra-se o desempenho de um jogo de duas duplas em função de algumas escolhas feitas para os parâmetros da função heurística. Na seção de discussão propõe-se a continuidade do trabalho através da exploração de outros valores para os parâmetros da função heurística e através da utilização de algoritmos genéticos.

2. Trabalhos Relacionados

A utilização de funções de avaliação associadas ao algoritmo alfa-beta para a escolha da melhor opção de jogada em jogos de informações perfeitas foi inicialmente proposta por Shannon [Shannon 1950]. Tal proposta foi implementada para os jogos de xadrez [Campbell et al. 2002] e de damas [Schaeffer, 1997].

Para os jogos de informação imperfeita a utilização da proposta de Shannon envolve raciocínios complexos sobre as estratégias do jogo. Cita-se como exemplo o programa Bridge Baron [Smith et al. 1998], desenvolvido para o jogo de Bridge. Para o jogo de dominó de 2 pontas, encontram-se na literatura alguns trabalhos que buscam a melhor estratégia do jogo, como Yen e Chlebus [Yen 1992, Chlebus, 1986]. Não encontrou-se, porém trabalhos relacionados ao dominó de 4 pontas.

3. Metodologia

A função de avaliação proposta para a escolha da melhor jogada é constituída pela soma de dois termos, conforme mostra a expressão (1). A variável n identifica uma opção de jogada para a qual a função de avaliação é calculada. O termo T_1 corresponde aos pontos obtidos ao se efetuar a opção de jogada n . O termo T_2 incorpora a estratégia do jogo. O mesmo corresponde a valores inteiros positivos que procuram retratar como a escolha pela jogada n pode facilitar ações futuras do jogador que efetua a jogada e dificultar ações futuras dos jogadores adversários.

$$f(n) = T_1 + T_2 \quad (1)$$

Em que:

n – opção de jogada a ser avaliada;

T_1 – soma dos pontos obtidos com a jogada n ;

T_2 – termo que incorpora a estratégia do jogo.

Antes que seja feito o detalhamento de como se calculam os termos T_1 e T_2 da função $f(n)$ é necessário definir-se um estado para o jogo de dominó de 4 pontas. O estado do jogo é definido nesse trabalho

através de um conjunto de vetores, V_i , onde $0 \leq i \leq 6$. Esses vetores expressam estatísticas que são atualizadas em cada jogada. Os quatro primeiros vetores contêm valores inteiros enquanto que os três últimos contêm valores binários. A definição dos mesmos é feita a seguir.

1) V_0 : Vetor contendo a quantidade de peças em jogo para cada numeração. Esse vetor é expresso por: $V_0 = \{a_0, b_0, c_0, d_0, e_0, f_0, g_0\}$. Em que: a_0 corresponde ao número de peças já jogadas com a numeração 0; b_0 corresponde ao número de peças já jogadas com a numeração 1, e assim sucessivamente;

2) V_1 : Vetor contendo a quantidade de peças na mão para cada numeração. Esse vetor é expresso por: $V_1 = \{a_1, b_1, c_1, d_1, e_1, f_1, g_1\}$. Em que: a_1 corresponde ao número de peças na mão com a numeração 0; b_1 corresponde ao número de peças na mão com a numeração 1, e assim sucessivamente;

3) V_2 : Vetor contendo a quantidade de peças nas pontas para cada numeração. Esse vetor é expresso por: $V_2 = \{a_2, b_2, c_2, d_2, e_2, f_2, g_2\}$. Em que: a_2 corresponde ao número de peças nas pontas com a numeração 0; b_2 corresponde ao número de peças nas pontas com a numeração 1, e assim sucessivamente;

4) V_3 : Vetor contendo a quantidade de peças já jogadas pelo parceiro de dupla para cada numeração. Esse vetor é expresso por: $V_3 = \{a_3, b_3, c_3, d_3, e_3, f_3, g_3\}$. Em que: a_3 corresponde ao número de peças já jogadas pelo parceiro com a numeração 0; b_3 corresponde ao número de peças já jogadas pelo parceiro com a numeração 1, e assim sucessivamente;

5) V_4 : Vetor que indica as numerações onde o adversário seguinte já passou. Esse vetor é expresso por: $V_4 = \{a_4, b_4, c_4, d_4, e_4, f_4, g_4\}$. Em que: a_4 indica se o adversário seguinte já passou ou não para a numeração 0. Se a_4 for igual a 1 o adversário seguinte já passou para a numeração 0. Se a_4 for igual a 0 o adversário seguinte ainda não passou para a numeração 0; b_4 indica se o adversário seguinte já passou ou não para a numeração 1. Se b_4 for igual a 1 o adversário seguinte já passou para a numeração 1. Se b_4 for igual a 0 o adversário seguinte ainda não passou para a numeração 1, e assim sucessivamente;

6) V_5 : Vetor que indica as numerações onde o adversário anterior já passou. Esse vetor é expresso por: $V_5 = \{a_5, b_5, c_5, d_5, e_5, f_5, g_5\}$. Em que: a_5 indica se o adversário anterior já passou ou não para a numeração 0. Se a_5 for igual a 1 o adversário anterior já passou para a numeração 0. Se a_5 for igual a 0 o adversário anterior ainda não passou para a numeração 0; b_5 indica se o adversário anterior já passou ou não para a numeração 1. Se b_5 for igual a 1 o adversário anterior já passou para a numeração 1. Se b_5 for igual a 0 o adversário anterior ainda não passou para a numeração 1, e assim sucessivamente;

7) V_6 : Vetor que indica as numerações onde o parceiro de dupla já passou. Esse vetor é expresso por: $V_6 = \{a_6, b_6, c_6, d_6, e_6, f_6, g_6\}$. Em que: a_6 indica se o parceiro de dupla já passou ou não para a numeração 0. Se a_6 for igual a 1 o parceiro de dupla já passou para a numeração 0. Se a_6 for igual a 0 o parceiro de dupla ainda não passou para a numeração 0; b_6 indica se o parceiro de dupla já passou ou não para a numeração 1. Se b_6 for igual a 1 o parceiro de dupla já passou para a numeração 1. Se b_6 for igual a 0 o parceiro de dupla ainda não passou para a numeração 0, e assim sucessivamente;

A seguir analisar-se-á como são calculados os termos T_1 e T_2 . O termo T_1 incorpora no cálculo da função de avaliação os pontos obtidos ao se realizar a opção de jogada n . Na seção de introdução foram listadas 5 situações distintas em que se pode pontuar numa jogada. O termo T_1 incorpora no seu cálculo os pontos que podem ser obtidos através das situações P_1 , P_2 , P_3 e P_5 . Assim T_1 é dado por (2):

$$T_1 = P_1 + P_2 + P_3 + P_5 \quad (2)$$

Observar que T_1 não incorpora a situação P_4 , que corresponde aos pontos de garagem, pois os mesmos, na medida em que se encontram nas mãos da dupla adversária, não podem ser contabilizados. Os termos P_2 e P_3 são calculados através de um único algoritmo. Para o cálculo dos mesmos são utilizados os vetores V_4 , V_5 e V_6 . Na figura 5 mostra-se um fluxograma desse algoritmo. Para o entendimento desse fluxograma e do texto que se segue as seguintes definições são necessárias:

Np_1 , Np_2 , Np_3 e Np_4 – valores inteiros correspondentes as numerações existentes nas pontas 1, 2, 3 e 4 do jogo, respectivamente. A numeração das pontas não obedece a nenhuma ordem pré-definida;

L – peça a ser inserida no jogo na opção de jogada n .
 L_1 - valor inteiro correspondente a numeração da metade da peça L que coincide com um ou mais dos valores Np_1 , Np_2 , Np_3 ou Np_4 .

L_2 – valor inteiro correspondente a numeração da metade da peça L que não coincide com um ou mais dos valores Np_1 , Np_2 , Np_3 ou Np_4 .

Para o fluxograma mostrado na figura 5 supõe-se que $L_1 = Np_4$.

O termo T_2 incorpora no seu cálculo três parcelas distintas relacionadas com a estratégia do jogo. A expressão para T_2 é mostrada em (3).

$$T_2 = \alpha \cdot (-E_1 + E_2 + \delta E_3) \quad (3)$$

O valor de α permite modelar a importância da estratégia (T_2) em relação aos pontos obtidos com uma jogada (T_1).

A parcela E_1 considera a possibilidade de se fazer o adversário seguinte passar na sua vez de jogar. Para o entendimento da parcela E_1 será utilizada a seguinte situação hipotética: considere que em duas das pontas do jogo exista uma numeração n_1 e que o jogador da vez tenha em mãos mais três peças com essa mesma numeração. Então, 5 das 7 peças possíveis com a numeração n_1 não pertencem ao adversário seguinte, sendo grande a possibilidade do mesmo passar se todas as pontas estiverem com essa numeração. Tendo em vista a possibilidade de fazer o adversário seguinte passar, e dessa forma obter 20 pontos, é desejável que não seja descartada nenhuma das peças em que $L_1 = n_1$. Assim sendo a opção de jogada de uma peça L em que $L_1 = n_1$ não é desejada do ponto de vista estratégico e daí o sinal negativo para E_1 na expressão (3). A determinação de E_1 é realizada conforme mostrado na expressão (4). Quanto maior o número de peças com a numeração L_1 nas pontas e nas mãos de quem joga maior será o valor de E_1 . Por outro lado, o valor de E_1 deve ser tanto maior quanto maior for o número de peças com a numeração L_1 já jogadas. O valor de K_1 controla a importância da parcela E_1 frente às outras parcelas utilizadas no cálculo de T_2 .

$$E_1 = K_1 \cdot (V_1(L_1) + V_2(L_1) + V_6(L_1)) \quad (4)$$

A parcela E_2 tem por objetivo facilitar as ações futuras de quem joga. A determinação de E_2 é realizada conforme mostrado na expressão (5). Essa expressão é muito semelhante àquela proposta para E_1 , sendo a única diferença que ao invés de L_1 utiliza-se L_2 como argumento independente. O valor de K_2 controla a importância da parcela E_2 frente às outras parcelas utilizadas no cálculo de T_2 .

$$E_2 = K_2 \cdot (V_1(L_2) + V_2(L_2) + V_6(L_2)) \quad (5)$$

A parcela E_3 reforça o objetivo da parcela E_2 , visando facilitar as ações futuras de quem joga quando o número de peças na mão é menor ou igual a 3. No fluxograma da figura 6 mostra-se como é realizado o cálculo de E_3 . O valor de K_3 controla a importância da parcela E_3 frente às outras parcelas utilizadas para o cálculo de T_2 .

4. Resultados

Para se testar a heurística proposta foram realizadas simulações de um jogo com duas duplas de jogadores. A primeira dupla, denominada dupla 1, realizou a escolha da melhor jogada utilizando a função f_1 dada pela expressão (6).

$$f_1 = T_1 \quad (6)$$

A segunda dupla, denominada dupla 2, realizou a escolha da melhor jogada utilizando a função f_2 dada pela expressão (7):

$$f_2 = T_1 + T_2 \quad (7)$$

Os valores de α na expressão para f_2 foram variados entre 0 e 10, em incrementos de 0,1 entre 0 e 1 e em incrementos de 0,25 entre 1 e 10. Aos valores de K_1 , K_2 e K_3 foram atribuídos o mesmo valor, 2, fazendo com que E_1 , E_2 e E_3 assumissem igual importância no cálculo de T_2 .

Para cada valor de α realizou-se um total de 100.000 partidas e anotou-se o número de vitórias da dupla 1 e da dupla 2. Nas tabelas 1 e 2 mostram-se esses resultados.

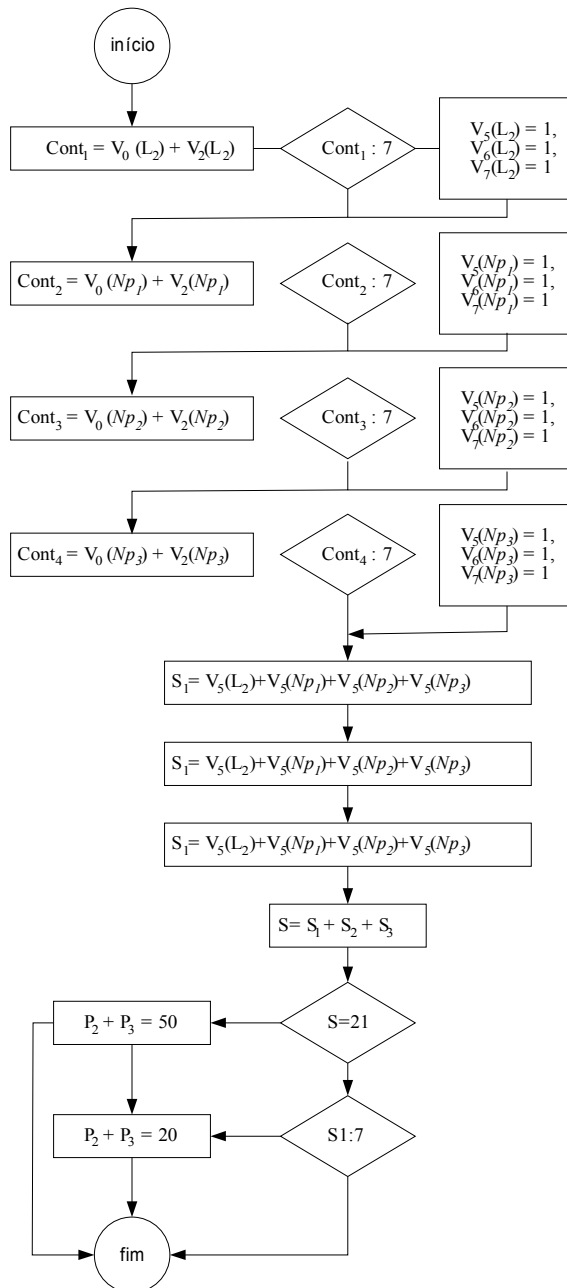


Figure 5: Fluxograma para o cálculo de $P_2 + P_3$.

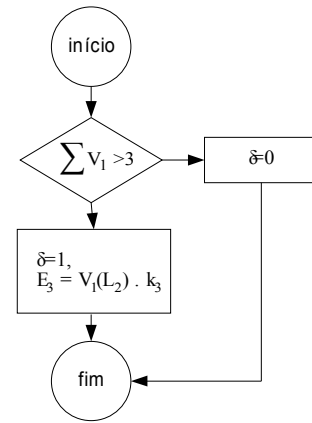


Figure 6: Fluxograma para o cálculo de E_3 .

Tabela 1: Resultados da simulação com α variando no intervalo entre 0 e 5.

Coef. α	Número de Vitórias em 100.000 partidas	
	Dupla 1	Dupla 2
0	50248	49752
0,01	36541	63459
0,02	36541	63459
0,03	36541	63459
0,04	36541	63459
0,05	36504	63496
0,10	36504	63496
0,15	36504	63496
0,20	36504	63496
0,25	36579	63421
0,50	36278	63722
0,75	35565	64435
1,00	35052	64948
1,25	34659	65341
1,50	34233	65767
1,75	33998	66002
2,00	34076	65924
2,25	33981	66019
2,50	34300	65700
2,75	34383	65617
3,00	34507	65493
3,25	34574	65426
3,50	35018	64982
3,75	35267	64733
4,00	35510	64490
4,25	35571	64429
4,50	35574	64426
4,75	35574	64426
5,00	36378	63622

Tabela 2: Resultados da simulação com α variando entre 5,25 e 10.

Coeficiente α	Número de Vitórias em 100.000 partidas	
	Dupla 1	Dupla 2
5,25	36907	63093
5,50	36907	63093
5,75	36907	63093
6,00	36909	63091
6,25	36937	63063
6,50	36948	63052
6,75	37162	62838
7,00	37162	62838
7,25	37163	62837
7,50	37734	62266
7,75	38236	61764
8,00	38236	61764
8,25	38236	61764
8,50	38265	61735
8,75	38265	61735
9,00	38265	61735
9,25	38270	61730
9,50	38270	61730
9,75	38273	61727
10,00	38839	61161

4. Discussão

Através da observação das tabelas 1 e 2 observa-se que: A dupla 2, a exceção de $\alpha=0$, sempre obteve um número de vitórias maior que a dupla 1; O maior número de vitórias obtidas pela dupla 2 foi 66002, tendo ocorrido para um valor de $\alpha = 2.25$; Para $\alpha = 0$, quando as duas funções tornam-se iguais, $f_1=f_2$, o número de vitórias das duas duplas é praticamente igual; Quando α varia de 0 para 0,01, o número de vitórias da dupla 2 cresce de forma abrupta, de 49752 para 63459. As outras variações observadas para o número de vitórias da dupla 2 em função de α são mais suaves.

As observações anteriores permitem concluir que a dupla que escolheu a melhor jogada utilizando a função de avaliação f_2 teve um desempenho superior a dupla que escolheu a melhor jogada utilizando a função de avaliação f_1 . A responsabilidade por esse melhor desempenho cabe ao termo de estratégia T_2 presente na função f_2 e ausente na função f_1 . O melhor resultado alcançado foi de 66% de vitórias para a dupla que escolheu a melhor jogada utilizando a função f_2 .

Para obtenção desses resultados utilizou-se um mesmo valor para K_1 , K_2 e K_3 igual a 2, escolhido de forma empírica.

Em trabalhos futuros pretende-se: Realizar outras simulações com a função de avaliação f_2 associando α a diferentes valores de K_1 , K_2 e K_3 ; Utilizar algoritmo genético para otimização de uma outra função de avaliação onde o termo T_2 seja dado pela expressão (8). Essa expressão reúne as parcelas presentes nos termos E_1 , E_2 e E_3 . Através do algoritmo genético serão obtidos os valores de α_1 , α_2 , α_3 , α_4 , α_5 e α_6 que otimizarão o número de vitórias da dupla que utilizar a função f_2 para a escolha da melhor jogada.

$$T_2 = \alpha_1.V_1(L_1) + \alpha_2.V_2(L_1) + \alpha_3.V_0(L_1) + \alpha_4.V_1(L_2) + \alpha_5.V_2(L_2) + \alpha_6.V_0(L_2) \quad (8)$$

5. Conclusão

Propôs-se nesse trabalho uma nova metodologia para a escolha da melhor jogada no dominó de 4 pontas, utilizando uma função heurística que, para o seu cálculo, utiliza informações provenientes do “estado do jogo”, definido como um conjunto de 7 vetores atualizados a cada jogada. Os parâmetros utilizados na função heurística não foram otimizados nesse trabalho. Propõe-se isso seja feito em trabalho futuro. Os resultados foram avaliados através de simulações com jogos de duplas. O melhor resultado alcançado em 100.000 partidas foi de 66% de vitórias para a dupla que utilizou a função de avaliação proposta nesse trabalho. Espera-se que o processo de otimização proposto para trabalhos futuros resulte em uma estatística de vitórias mais elevada. Acredita-se que a metodologia apresentada nesse trabalho para a escolha da melhor jogada seja original. Preetende-se, em trabalhos futuros, explorar a aplicação dessa metodologia em outros tipos de jogos.

Agradecimentos

Esse trabalho teve o apoio financeiro da SUFRAMA (convênios 068/2001 e 069/2001) e do CNPq (bolsa de IC).

Referências

- CAMPBELL, M.S., HOANE, A.J., HUS, F.H. 2002, Deep Blue, Artificial Intelligence, 134(1-2), 57-83.
- CHLEUBS, B.S., 1986, Domino-tiling games, Journal of Computer and System Sciences, v. 32, n.3, 374-392.
- RUSSEL, S., NORVIG, P., 2004, Inteligência artificial, Elsevier, 2ª edição;
- SHAEFFER, J., 1997, One Jump Ahead: Challenging Human Supremacy in Checkers, Springer-Verlag, Berlin.
- SHANNON, C.E. , 1950, Programming a computer for playing chess. Philosophical Magazine, 41(4), 256-275.

- SMITH, S.J.J., NAU, D.S., THROOP, T.A., 1998, Success in spades: Using ai planning techniques to win the world championship of computer bridge. In Proceedings of the Fifteenth National Conference on Artificial Intelligence, 1079-1086, Madison, Wisconsin, AAAI Press.
- SYCARA, K.P., 1998. Multiagent systems, AI Magazine, v. 19, n. 2, 79-92.
- YEN, H.C., 2002. A multiparameter analysis of domino tiling with an application to concurrent systems, Theoretical Computer Science, v. 98, n. 2, 263-287.